

ルービックキューブを 30 手未満で解く技術

@kusano_k 著

前書き

本書では、ルービックキューブを少ない手数で解く手法を解説します。速く解く方法ではありません。

ルービックキューブを速く解く競技（スピード競技）の世界記録更新などで話題になる大会は、World Cube Association（WCA）が管轄しています。WCA の定める競技種目には、ルービックキューブと同じ立方体でも 2x2x2 や 4x4x4 などのように分割数が異なるものや、正四面体のピラミックスや正十二面体のメガミンクスなどを使うものがあります。また、ルービックキューブを用いる種目でも、片手で解いたり、目隠しして解いたりするスピードを競うものもあります。この中に、最少手数競技（Fewest Moves Challenge、FMC）という、いかに少ない手数で解くかを競う種目があります。本書で解説する手法は、この FMC で広く使われているものです。

FMC にはスピード競技とは異なる魅力があります。ルービックキューブのスピード競技に挑戦したことがない人には意外かもしれませんが、ルービックキューブのスピード競技は、スポーツ的な側面があります。速い人では 10 秒を切るような競技時間の中では、頭を悩ませて試行錯誤することはできず、状況の判断とすでに覚えている手順の実行をいかに速く行えるかの勝負となります。一方で、FMC の 1 時間という競技時間ならば、普通にパズルを解くように色々な動きを試す余裕があります。……まあ、結局どれだけの試行ができたかというのが重要なので、上位の人達は FMC でもすごい勢いでキューブを回していますが。

スピード競技の記録が伸び悩み、練習が辛くなってきたときに、FMC で本来のパズルの楽しみを味わってみてはいかがでしょうか。

商標について

本書に記載されている製品名などは、各社の商標または登録商標です。良く見る注意書きですが、特に「ルービックキューブ」は株式会社メガハウスの登録商標です。一般名称としては、「3x3x3 キューブ」や単に「キューブ」と呼ばれているようです。本書で解説する手法は、キューブ一般に使えるものなので、以降は「キューブ」と呼ぶことにします。

目次

前書き	2
商標について	2
第 1 章 準備	6
1.1 キューブの色について	6
1.2 定義	6
1.3 ルール	8
1.4 解説の記法	10
1.5 CFOP で FMC	11
1.6 手法の概要	13
1.7 本書の構成	13
1.8 参考文献とツール	14
第 2 章 EO	16
2.1 定義	16
2.2 手法	17
2.3 例	18
第 3 章 DR	20
3.1 DR-XeYc	21
3.2 DR	22
3.3 例	24
第 4 章 HTR (コーナー)	26
4.1 QT	26
4.2 BLD トレース	27
4.3 Hyper-Parity	29

4.4	HTR subsets	35
4.5	解き方	38
4.6	例	41
第 5 章	HTR (エッジ)	44
5.1	バッドエッジの配置の分類	44
5.2	スライスとコーナースワップ	45
5.3	0 QT	46
5.4	1 QT (4a1)	47
5.5	2 QT (4a2)	48
5.6	2 QT (4b2)	50
5.7	例	53
第 6 章	FR	55
6.1	U2 の偶奇	56
6.2	U2 の判別	58
6.3	0 U2	58
6.4	1 U2	58
6.5	2 U2	59
6.6	3 U2	59
6.7	例	60
第 7 章	Leave slice	63
7.1	エッジ交換手順	63
7.2	例	65
第 8 章	スライスインサート	67
8.1	原理	67
8.2	手法	69
第 9 章	NISS	73
9.1	順方向と逆方向	73
9.2	概要	73
9.3	手法	75
9.4	方向を切り替えても保たれるもの	77
付録 A	統計	79

A.1	各ステップの最少手数	79
A.2	HTR の QT の分布	83

第 1 章

準備

1.1 キューブの色について

キューブは色を揃えるパズルです。しかし、印刷版は本文がモノクロで色を表現することができません。そこで、各面に「ルービックキューブ ユニバーサルデザイン」と同様の模様を描いています。下図の各面は、左から順に、緑色、青色、赤色、橙色、白色、黄色を表しています。



図: 色の表現。左から順に、緑色、青色、赤色、橙色、白色、黄色

電子版にはカラーで掲載しています。電子版は、奥付に記載の URL からダウンロードできます。また、裏表紙には模様を入れたカラーの画像を載せています。

1.2 定義

白色の面を上、緑色の面を手前にして、キューブを持ちます。このとき、手前の緑色の面を F (front)、奥の青色の面を B (back)、右の赤色の面を R (right)、左の橙色の面を L (left)、上の白色の面を U (upper)、下の黄色の面を D (down) と表記します。

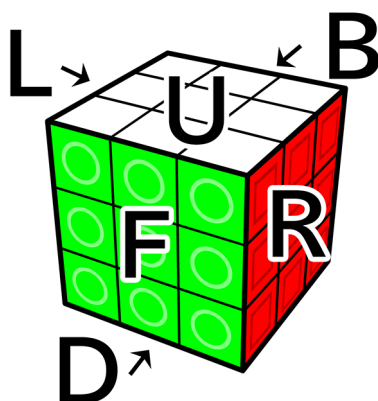


図: キューブの面の表記

キューブは $3 \times 3 \times 3$ の 27 個の立方体のピースで構成されたような見目をしていません（実際には、中央には立方体状のピースはありません）。このうち、キューブの頂点にあたるピースを**コーナー**、キューブの辺にあたるピースを**エッジ**、キューブの面にあたるピースを**センター**と呼びます。

各ピースは、そのピースが構成する面で表します。例えば、右上手前のコーナーは、U 面と R 面、F 面の一部となっているので、URF コーナーと呼びます。上手前のエッジは、UF エッジと言います。

最近はステッカーが貼られたキューブは少なくなり、色付きのプラスチックで作られたキューブが主流になりましたが、ピースを構成する面をステッカーと言います。ピースを表す記号のうち、どれを先頭に持ってくるかで、ステッカーを表します。例えば、コーナー URF を構成する面のうち白色のものは URF で、赤色のものは RFU です。

また、ピースやステッカーのキューブ上の位置も同様に表します。

各面を時計回りに 90 度回す動きを、その面の記号を使い、F、B、R、L、U、D と表します。反時計回りに 90 度回す動きは、時計回りの記号の後にプライム（'）を付けて、F'、B'、R'、L'、U'、D' と表します。180 度回す動きは、2 を後ろに付け、F2、B2、R2、L2、U2、D2 と書きます。

一番外側の層だけではなく、中間の層も含めて 2 層を同時に回す動きを、1 層を回す動きの後に wide の **w** を付けて、Fw、Bw、Rw、Lw、Uw、Dw と表します。例えば、Rw を回した後の状態は、キューブ全体を回転させると、L を回した後と同じ状態になります。反時計周りの'や 180 度回転の 2 は、w の後に付け、Fw'や Fw2 と書きます。1 層回しの記号の後に **w** を付けるのではなく、1 層回しの記号を小文字にする **f**、**b**、**r**、**l**、**u**、**d** という記法も使われています。

括弧で囲んだ部分は、NISS による逆方向からの手順であることを表しています。解いている途中では、括弧の中の部分は、逆手順をスクランブルの前に回します。最後に手順を書き下す際には、まず括弧の中以外の手順を書き、その後に括弧の中の逆手順を続けます。6 行目の **B2** の後に 1 行目の逆手順 **B' R U** が続くため、**B2** と **B'** の 2 手が **B** の 1 手となります。詳細は第 9 章を参照してください。

* = E' のような代入の記法は、左辺の記号の位置に右辺の手順を挿入することを表しています。

この解説に対応する解法は次の通りです。

```
R' U' R2 U' L U2 L U F2 U2
L2 U B2 L2 D R2 L2 D' B2 D2
F2 L2 D U B2 L2 B R U
```

スライスの動きは解法に含めることができないため、スライスを含む部分はスライスを含まない形に置き換えられています。

1.5 CFOP で FMC

FMC 用の手法を知らずとも、ここまでの内容で FMC に挑戦することができます。スピード競技用の主流の手法である CFOP などキューブを解けば良いです。

問題用紙のサンプルに載っている次のスクランブルを CFOP で解いてみます。

```
R' U' F L D B2 F2 D L2 D2 R2 F' R' D R' U' B2 D2 R D2 U' R' U' F
```


1.6 手法の概要

本書で解説する FMC 用の手法は、使える動きを徐々に制限していくというものです。

最初の EO というステップでは、キューブを<F2, B2, R, L, U, D>で揃えられる状態にします。つまり、F 面と B 面の 90 度回転を使わないということです。これらの動きだけで揃えられるという状態を維持するため、F 面と B 面の 90 度回転は、これ以降は使用しません。

次の DR というステップでは、キューブを<F2, B2, R2, L2, U, D>で揃えられる状態にします。同様に、続く HTR では<F2, B2, R2, L2, U2, D2>で揃えられる状態にします。

この後は、HTR 以降で許される 180 度回転のみを使ってキューブを完成させたり、FR というステップを採用して使える動きをさらに<F2, B2, R2, L2>に制限したりします。中層 (<E>で動く層) のみが揃っていない状態にし、スライスインサートという手法で<E>をこれまでの手順の途中に挿入して揃えることもあります。

EO では F 面と B 面の 90 度回転を使わない状態にすると書きましたが、代わりに、L 面と R 面や、U 面と D 面の 90 度回転を制限するという選択肢もあります。DR も同様です。これらの選択肢や、同じ制限を加える場合でも複数の手順がある場合にはそれらを色々と試し、より短い解法を探していきます。この過程で、逆方向から手順を探す NISS という手法も活用します。

使える動きを制限するというのは、短い手数 of 解法を探すという目的にはそぐわないように思えます。たしかに、任意の動きを使うほうが短い手順で解けます。しかし、人力では、何の制約も無い状態でキューブを揃えることはできません。スピード競技で用いられる CFOP も、クロスを崩さない (崩したら戻す) という制約の下で F2L を揃え、クロスと F2L を崩さないという制約の下で last layer の向きを揃え、…という解法だと考えることができます。結局、何らかの制限が無いとキューブを揃えることはできず、そのような制限のうちで、揃えるまでの手数が増えないのがこの手法ということです。

1.7 本書の構成

本書では、上記の流れに沿って、各章でそれぞれのステップを解説していきます。

U/D 軸の EO に対するエッジの向きの定義になります。

EO において、向きが合っているエッジをグッドエッジ、向きが合っていないエッジをバッドエッジと言います。EO の目的は、全てのエッジの向きを揃えること、すなわちバッドエッジを無くすことです。

2.2 手法

以降の説明は、F/B 軸の EO の手法です。その他の軸については、F と B を、それぞれ R と L や U と D に置き換えてください。

バッドエッジの個数は必ず偶数です。キューブが完成した状態ではバッドエッジは 0 個であり、どのような手でも、バッドエッジの個数の変化は偶数だからです。

F 面を 90 度回すと、F 面にある 4 個のエッジ FU と FR、FD、FL はグッドエッジかバッドエッジかが反転します。B 面についても同様です。これを利用してバッドエッジの個数を減らしていきます。F 面に 4 個のバッドエッジを集めて、**F** か **F'** を回すと、バッドエッジの個数が 4 個減ります。また、F 面に 1 個か 3 個のバッドエッジを集めて、**F** か **F'** を回すと、バッドエッジの個数はそれぞれ 2 個増えるか、2 個減ります。バッドエッジの個数が 4 の倍数であれば、4 個減らすことを繰り返します。4 の倍数でない場合には、2 個の増減を利用します。バッドエッジの個数は 6 個である確率が最も高いです。この場合には、F 面か B 面に 3 個のバッドエッジを集め、F 面か B 面の 90 度回転でバッドエッジを 4 個にし、その 4 個を 0 個にすることが最短手数となることが多いです。

2.3.2 R/L 軸

R/L 軸の EO におけるパッドエッジは、FU と RU、LD、BU の 4 個です。
パッドエッジを R 面に集める次の手順で、EO を完了させることができます。

D2 F B' R // EO (4/4)

R/L 軸には、最後の 1 手の回転方向を除いても、同じ 4 手の EO の手順が多数あります。

F B' D2 R // EO (4/4)
B' D2 F R // EO (4/4)
F' B U2 L // EO (4/4)
U2 F' B L // EO (4/4)
:

これは比較的ラッキーなケースです。どの EO の手順を選ぶかによって、以降の手数が変わります。競技時間の許す限り、様々な手順を試していくことができます。

2.3.3 U/D 軸

U/D 軸に EO におけるパッドエッジは、RD と RF、UF、LU、LB、LD の 6 個です。
次のような手順で 5 手で EO を完了させることができます。

B D R2 B U // EO (5/5)
B' U' F B2 D // EO (5/5)

4 手以下で EO を完了させることはできません。まずは、U/D 軸ではなく他の軸の EO で、次の DR に進むのが良いでしょう。

の配置から $R2$ を回し（てキューブ全体を反転させ）た配置です。

3.2.2 DR-2e4c

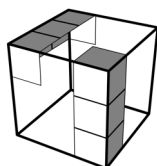


図: DR-2e4c のセットアップ

DR-2e4c は、上図の配置から、 $R\ U2\ R$ を回すことで DR が完了します。

また、同じ配置から $L\ F2\ L$ という手順を使うこともできます。次のステップである HTR では同じ状態として扱われますが、その先でより短い手数で完成できる可能性があります。

3.2.3 DR-4e4c

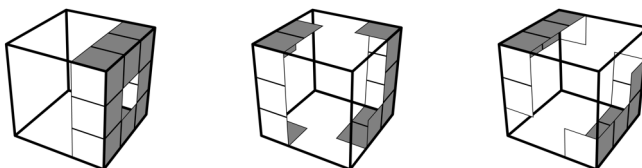


図: R (左)、 $U2\ F2\ R$ (中)、 $F2\ U2\ R$ (右) で DR が完了する配置

DR-4e4c は、図の左の配置から R で DR が完了します。

DR-4e4c はセットアップが難しくなりがちなので、セットアップの 2 手を含む、図の中央や左の配置も合わせて覚えておくと良いです。それぞれ、 $U2\ F2\ R$ と $F2\ U2\ R$ で DR が完了します。

4.3 Hyper-Parity

Hyper-Parity では、U/D 面の状態とバッドコーナーの状態をそれぞれ識別し、合わせて Hyper-Parity における状態を求めます。

本節の内容は、Rodney Kinney 氏の「Hyper-Parity」^{*1}を元になっています。

4.3.1 U/D 面の状態

DR が完了したキューブの U/D 面の状態について、180 度回転のみによって一致させることができるものを同一視し、90 度回転が必要なものを別の状態とすると、次の 4 個に分けることができます。U 面か D 面に U と D が 2 個ずつあり、U 面や D 面で対角の位置になっていることを「スラッシュ」と、左右か前後に並んでいることを「バー」と呼びます。各状態の例は後の図を参照してください。

Slashes U 面と D 面にスラッシュがあり、向きが異なっている。

Solved 180 度回転のみで完成させられる状態。U 面と D 面にスラッシュがあるならば、向きが揃っている。U 面と D 面にバーがあるならば、向きが揃っているか、180 度ずれている。

Bars U 面と D 面にバーがあり、向きが 90 度ずれている。U が U 面と D 面に 1 個と 3 個で分かれているならば、3 個の中心の位置と 1 個の位置が 90 度ずれている。

Bar/Slash U 面と D 面にバーとスラッシュがある。U が U 面と D 面に 1 個と 3 個で分かれているならば、3 個の中心の位置と 1 個の位置が、同じか 180 度ずれている。

1 回の 90 度回転で、Slashes と Solved、Solved と Bars、Bars と Bar/Slash の間は互いに遷移可能です。また、Solved と Bar/Slash は、状態を維持したまま 90 度回転を行うことができます。各遷移は 90 度回転の前に U 面を次のようにしておくことで実現できます。

Slashes ↔ Solved U 面をスラッシュにする。

Solved ↔ Solved U 面に U か D を 4 個集める。

Solved ↔ Bars U 面をバーにする。

Bars ↔ Bar/Slash U 面の U を 1 個か 3 個にする。

Bar/Slash ↔ Bar/Slash U 面をスラッシュかバーにする。

^{*1} https://docs.google.com/document/d/10nc2lu5iW_0DnT71oN5lgpVVjVqbvUMzaylzxgykx0I/edit?usp=sharing

各遷移を実現するためのバッドコーナーの配置は次の通りです。

Solved $\leftrightarrow$ One Face 4 個のバッドコーナーを U 面か D 面に集める。

One Face $\leftrightarrow$ One Face バッドコーナーをスラッシュの形にする。

One Face $\leftrightarrow$ Bars バッドコーナーをバーの形にする。

Bars $\leftrightarrow$ One Bar U 面か D 面にバッドコーナーを 1 個にする。

One Bar $\leftrightarrow$ One Bar U 面か D 面に 2 個のバッドコーナーを置く。

解いていく中で遷移後のバッドコーナーの配置を考える際には、90 度回転で、回した面のコーナーがバッドコーナーかどうか切り替わることに注意してください。

遷移の様子を図示します。F/B 面のみを見れば良いことと、L/R を区別する必要が無いことから、バッドコーナーの F/B 面のみを一色で描いています。

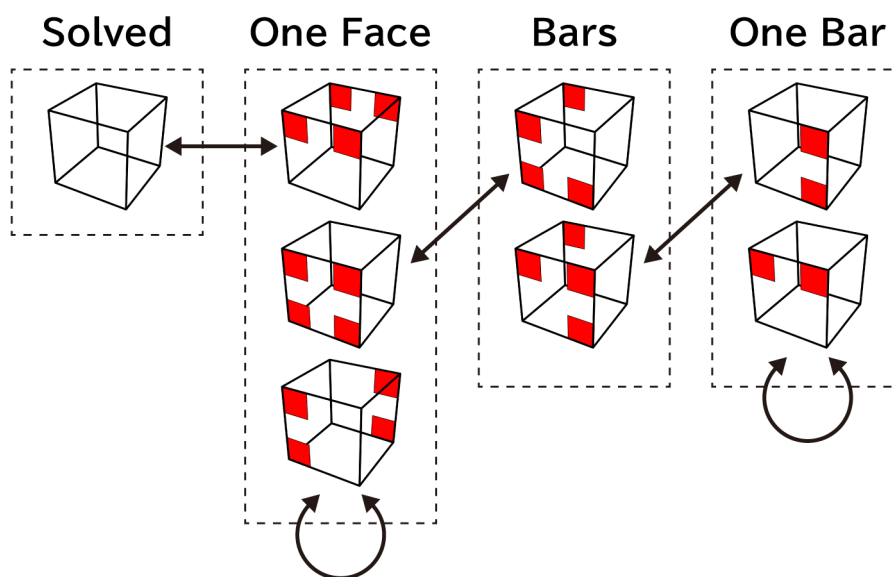


図: バッドコーナーの状態の遷移

4.3.3 Hyper-Parity Maze

U/D 面の状態とバッドコーナーの状態の組み合わせには、存在しないものがあります。例えば、U/D 面の状態が Slashes で、バッドコーナーの状態が Solved の状態はありません。また、U/D 面の状態とバッドコーナーの状態それぞれは遷移が可能でも、組み合わせとしては遷移が不可能な場合もあります。例えば、U/D 面の状態は Solved から同

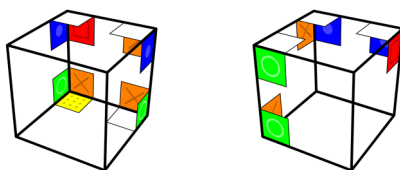


図: バッドコーナーの配置（左）と、完成した状態の位置への配置（右）

NISS トレースは、スクランブルと解法の逆の手順を回したときのバッドコーナーの状態を調べています。詳細は、第 9 章を参照してください。

バッドコーナーの状態と、NISS トレースの結果の組み合わせに対し、取り得る QT は次の表の通りになります。各組み合わせに対して QT は偶奇それぞれ 1 個ずつなので、QT の偶奇から HTR subsets の状態が分かります。「基本的には 4a より 4b のほうが QT が大きい。ただし、4b と 4b で QT が偶数の場合のみ QT が 2 になる」と覚えると良いでしょう。

▼表 4.1 4a と 4b の QT

バッドコーナーの配置	NISS トレースの結果	QT
4a	4a	1, 2
4a	4b	3, 4
4b	4a	3, 4
4b	4b	2, 5

2c

バッドコーナーが 2 個の場合には、2c3 と 2c4、2c5 の 3 個の状態があります。QT が偶数ならば 2c4 です。

QT が奇数の場合、キューブを回して判断します。2 個のバッドコーナーを UFR と DFR に置いて、 $U R2 U R2 U$ か $U' F2 U' F2 U'$ のどちらかの手順でコーナーの HTR が完了するなら 2c3 で、どちらも完了しなければ 2c5 です。これらの手順を回したとき、2c5 であってもバッドコーナーは 0 個になるので、U/D 面の状態が Solve と Bars のどちらなのかを見れば良いです。バッドコーナーが 6 個の場合には、グッドコーナーを UFR と DFR に置き、2 個の手順の最後の動きをそれぞれ D と D' に変えます。

HTR subsets の遷移を図にすると次のようになります。

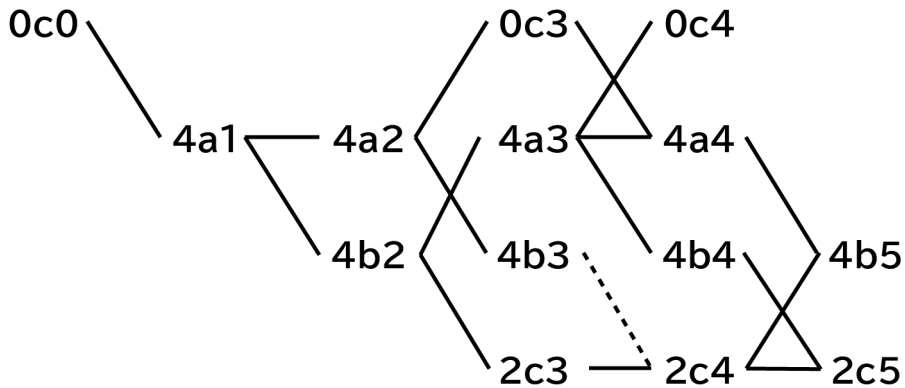


図: HTR subsets の遷移

4.6 例

4.6.1 例 1

```

R' U' F L D B2 F2 D L2 D2 R2 F' R' D R' U' B2 D2 R D2 U' R' U' F
D2 F B' R // EO (4/4)
// DR-4e4c (0/4)
D' B2 D' F // DR (4/8)

```

U/D 軸の DR が完了した状態です。

QT の偶奇を確認するために、BLD トレースをします。この例は BLD トレースの例と同じキューブの状態であり、BLD トレースの例で説明したように、サイズが偶数のサイクルの個数が 2 個なので、QT は偶数です。

Hyper-Parity で解きます。U/D 面の状態は Bar/Slash で、バッドコーナーの状態は Bars なので、QT の偶奇と合わせて、QT は 2 です。Bar/Slash+Bars → Bars+One Face → Solved+Solved という遷移でコーナーの HTR を完了させることができます。この状態のまま U を回すと、バッドコーナーは One Face になりますが、U/D 面が

R/L 軸が上下になるように持ち替えています。このように持ち替えると分かりやすいでしょう。この場合でも、回転記号はセンターのステッカーの色を参照します。例えば、**R** は、右側面ではなく、赤色の上面を時計回りに回します。

BLD トレースをします。サイクルは、(LDB, RUB, RBD), (RFU, LUF, LFD, RDF), (LBU) で、サイズが偶数のサイクルはサイズが 4 の 1 個なので、QT は奇数です。

Hyper-Parity で解きます。R/D 面の状態は Bar/Slash、バッドコーナーの状態はバッドコーナーが 6 個なので One Bar です。この場合は Hyper-Parity の状態は複数あり、バーの位置関係で判別します。すでに **R** は L 面にバーができており、グッドコーナー（バッドコーナーが 6 個なので、バッドコーナーの代わりにグッドコーナーを見ます）も L 面にバーができています。**R** のバーは左右方向、グッドコーナーのバーは前後の方向で垂直なので、この状態は BS2 です。QT の偶奇と合わせて、5 QT であることが分かります。

5 QT からはどのように 90 度回転をしても 4 QT の状態になるので、まずは **R** とします。バッドコーナーが 6 個から 2 個になりますが、状態は BS2 のままです。**F2** でバッドコーナーをスラッシュと同じ面に持ってくると、**R** で **R** のバーとバッドコーナーのバーの位置関係が変化し、BS1 に遷移します。バッドコーナーの状態を Bars にするために、**F2 R** とします。この状態から 1 回の 180 度回転で Bars+One Face に遷移可能な形にセットアップすることはできませんが、直前の **R** を **R'** に変えれば、**F2** で可能です。以降は、Bars+One Face → Solved+Solved と進めていくことが可能です。

HTR subsets で解きます。QT が奇数で、2c なので、2c3 と 2c5 のどちらかを判断する必要があります。**U2 L2** で 2 個のグッドコーナーを右手前の RFU と LUF に配置できます。その後、**R F2 R F2 L** か **R' U2 R' U2 L'** のどちらを回しても 0c0 にはならないので、この状態は 2c5 です。キューブを元の状態に戻し、**R** で 2c4 に遷移します。2c3 に遷移したいので、**F2 R** とします。もう 1 度 **F2 R** で 4b2 になります。ここから **U2 R' U2 R** とバッドコーナーを 0 個にしても 0c0 にはなりません。そこで、最初の **U2** のあとに **U2 R2 F2** を追加して、**U2 U2 R2 F2 R F2 R** とすることでコーナーの HTR が完了します。**U2 U2** はキャンセルして無くなりますし、その後の **R2** も直前の遷移する際の **R** とキャンセルして **R'** になります。

R F2 R F2 R' F2 R F2 R // HTR (corner) (9/20)

例として挙げましたが、5 QT は手数が掛かるので、実際に解いているときには DR が完了した他の状態を探すのが良いでしょう。

5.4 1 QT (4a1)

5.4.1 基本形

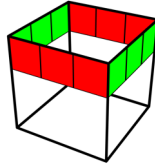


図: 1 QT の基本形 (4-0)

1 QT で手順の挿入無しに HTR を完了できるのは、エッジの配置が 4-0 で、バッドコーナーとバッドエッジが同じ面に集まっている場合です。この配置であれば、U で 0 QT に遷移して HTR を完了できます。

5.4.2 修正可能

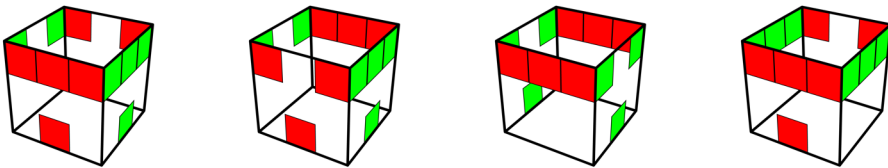


図: 1 QT で修正が可能な配置の例。左から順に、2-2 bars、2-2 bar-slash、2-2 plus、3-1

基本形以外のバッドコーナーが 4 個の配置は、スライスやコーナースワップによって基本形の配置に修正が可能です。バッドコーナーとバッドエッジが異なる面に集まっている 4-0 も同様です。90 度回転で 0 QT に遷移ができるようにセットアップしている状況では、対角のコーナーはどちらもグッドコーナーかバッドコーナーなので、コーナースワップによる影響を気にする必要はありません。上図の例で修正する手順を示します。バッドエッジの分類が同じであっても、コーナーとの組み合わせによっては、U2 の追加や削除が必要になります。

5.7 例

5.7.1 例 1

```

R' U' F L D B2 F2 D L2 D2 R2 F' R' D R' U' B2 D2 R D2 U' R' U' F

D2 F B' R // EO (4/4)
// DR-4e4c (0/4)
D' B2 D' F' // DR (4/8)
U2 R2 U F2 D // HTR (corner) (5/13)

```

コーナーの HTR について、2 QT のセットアップが完了した **U2 R2** の時点で、4b2 の 2-2 bar-slash の基本形の配置になっています。上記の手順ではエッジが揃いませんが、基本形の手順の **U R2 B2 U** でエッジも含めて HTR が完了します。1 QT の手順しか覚えていなければ、1 QT のセットアップが完了した **U2 R2 U F2** の時点で、直前の **F2** とキャンセルするようなコーナースワップの手順 **F2 L2 F2** を挿入して、**U2 R2 U L2 F2 D** とすることもできます。また、0 QT の手順を使い、上記の手順の後に、**D' F2 L2 F2** とすることもできます。これは **D' F2** が直前の手順とキャンセルして、1 QT のものと同じ手順になります。この HTR では、いずれの場合も手数は変わりません。

```

U2 R2 U R2 B2 U // HTR (6/14)

```

この時点でのキューブは次のようになっており、各面が対面色のみで構成されています。

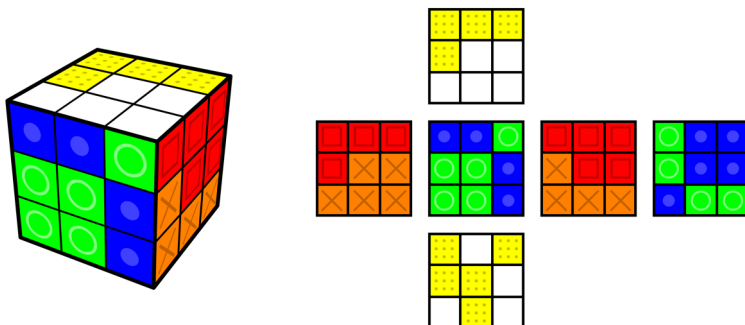


図: 例 1

エッジは F 面と R 面を見れば充分です。

コーナーは側面が同じ色のコーナーが対角の位置になるようにし、エッジはセンターと一致していないエッジを U 面か D 面のどちらかに集めて、U2 など回すと FR が完了します。

6.5 2 U2

次の条件を満たしていれば、2 U2 です。

- BLD トレースの結果が偶数である
- 0 U2 ではない

U2 など回したときに 1 U2 の条件を満たすようにします。コーナーは、側面が同じ色のコーナーが対角の位置にはならないようにします。F/B 面のエッジについて、側面がセンターと一致していないエッジが 1 個ずつなら、一方を U 面に、他方を D 面に置くようにします。側面がセンターと 2 個とも一致しているか一致していないかならば、そのままでも構いませんし、コーナーの条件を満たすためにその面を回しても構いません。R/L 面のエッジも同様です。

6.6 3 U2

次の条件を満たしていれば、2 U2 です。

- BLD トレースの結果が奇数である
- 1 U2 ではない

U2 を回せば 2 U2 になります。実際には、3 U2 になるような状況では、HTR の最後の 1 手を逆向きにして 2 U2 にするので、FR の時点で 3 U2 になっていることはありません。

FR を解いていく過程では、F/B 面と R/L 面のどちらを回すかのみが重要であり、F2 でも B2 でも構わないというような状況が多いです。このようなときには、なるべく U 面や D 面のコーナーとエッジが揃うものを選ぶと、次のステップでの手数が減る可能性が高いです。

R2 B2 U2 // FR (3/17)

6.7.2 例 2

R' U' F L D B2 F2 D L2 D2 R2 F' R' D R' U' B2 D2 R D2 U' R' U' F

F' D2 R' B // E0 (4/4)

D2 R2 U // DR-2e3c (3/7)

L2 D2 R' D L' D // DR (6/13)

R2 U2 R' B2 R2 U2 B2 U2 L // HTR (9/22)

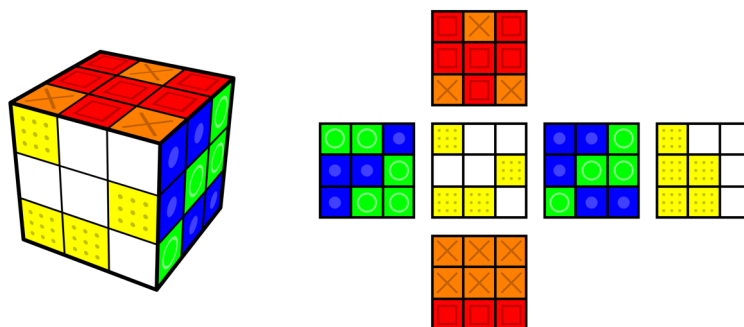


図: 例 2

L/R 軸の HTR が完了した状態です。BLD トレースをすると、サイクルは (RBD, RFU, LBU, LFD), (UF, DB, UB), (DF) の 3 個で、サイズが偶数のサイクルはサイズが 4 の 1 個なので、HTR の最後の 1 手がそのままならば、U2 は奇数です。最後の 1 手を逆向きにすると、コーナーは各列の側面の色が一致するようになりますが、エッジの側面がセンターと一致していないので、0 U2 ではありません。コーナーは側面が一致していませんが、エッジは F 面と B 面がセンターと側面が一致していないエッジが 2 個ずつなので、1 U2 でもありません。最後の 1 手を L から L' に変えて、2 U2 として取り組むことにします。

F 面も B 面も側面がセンターと一致していないエッジは R 面にあり、どちらかを回して R 面と L 面に 1 個ずつにする必要があります。どちらを回しても良いですが、コー

第 8 章

スライスインサート

スライスとは、 $\langle M \rangle$ と $\langle S \rangle$ 、 $\langle E \rangle$ です。スライスをこれまでの手順に挿入（インサート）することで、leave slice で揃えずに残した中層を揃え、キューブを完成させます。

キューブで最後に残った少数のピースを揃えるのは手数が掛かりがちです。例えば、前章で紹介したエッジ交換手順は短いものでも 6 手です。本章で解説するスライスインサートでは、1-2 手程度、運が良ければ追加の手数無しでキューブを完成させることができます。

8.1 原理

DR が完了して以降、DR で軸に選んだ 2 面以外の 4 面は 180 度回転しか出てきません。例として、U/D 軸の DR が完了した後の次の手順を考えます。

```
U2 R2 U R2 B2 U' R2 B2 U2
```

この手順のどこに $\langle E \rangle$ を挿入しても、E 層以外の U 面と D 面のピースは影響を受けません。この手順に出現する側面の動きは 180 度回転のみで、U 面や D 面のエッジが E 層のエッジと入れ替わることは無いからです。

E 層のエッジとセンターの配置は、パリティを考慮すると、48 通りしかありません。各箇所に、挿入しないことも含めて 4 通りの手があると考ええると、E の挿入によって得られる E 層の状態はとても多く、ほぼ確実に E 層が揃った状態も含まれます。

FMC のルール上、スライスの手をそのまま回答に使うことはできません。ルールで許されている手に置き換える必要があります。S は $F' B z$ に、M は $R L' x'$ に、E は $U D' y'$ になります。S2 などの 180 度回転は、置き換える手順も 180 度回転になります。S' な

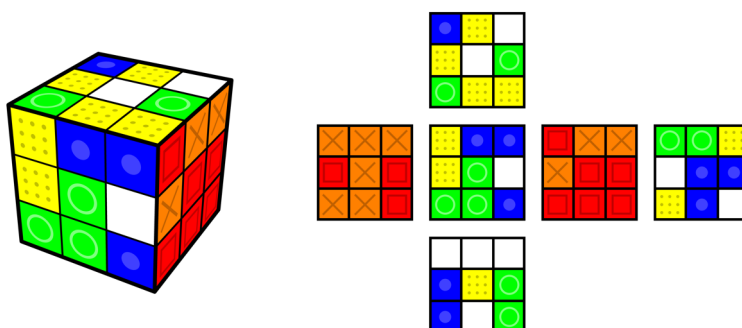


図: スライスをインサートする区間の直前までを回した状態

M 層の状態をこのようにする手順は $F2\ B2\ U2$ です。 $U2\ F2\ U2\ \dots\ D\ L'\ D'$ を $F2\ B2\ U2$ で置き換えます。ここまでの作業は、可能ならば、実際に手順を書き下さずに、これまでの手順を目で追って行っても良いでしょう。

$F2\ B2\ U2\ [R2\ U2\ R\ F2\ D2\ U2\ R\ F2\ R2\ U2\ B2\ L2]$

スライスを挿入する区間についても、DR 軸の手以外が長く続く部分があれば、(その部分への挿入は試せなくなりますが) 同様に置き換えることができます。

この手順に M 層が完成するようにスライスの挿入を試していきます。筆者は、次のように、DR 軸の手をずらして書き、下にスライスの挿入の方法をメモ書きしています。

	R2	R		R	R2	L2	
F2	B2	U2	U2	F2	D2	U2	F2
							U2
							B2
							M
							M' // +3
							M' M // +1

スライスを挿入せずに手順を回してみると、最後の $B2\ L2$ の直前で、M 層は $D2$ を回した状態になっています。次の手は $B2$ なので、前後に M と M' を挿入して $B2$ で D 面が回るようにすると、とりあえずの解が得られます。増える手数は 3 手です。

手数が増えないスライスの挿入を試していくと、2 個目の R の位置に M' を挿入したとき、 $R2\ U2\ B2\ L2$ の直前で M 層の向きを変えれば、完成できることが分かります。これによって +1 手の解が得られました。

第 9 章

NISS

FMC を解き進めていると、短手数 of EO が見つからなかったり、DR-XeYc までは短手数で進められたのに DR の手数が掛かったり、QT の少ない DR が完了した状態なのに HTR に取りかかってみると実際は手数が多かったりということがあります。NISS (Normal-Inverse Scramble Switch) という手法を使うと、このようなときに、別のスクランブルや、同じ手数の DR-XeXc でピースの配置が異なる状態や、同じ QT の別の状態で解の探索を進めることができます。各ステップにおける機会を 2 倍に増やすことができる強力な手法です。

9.1 順方向と逆方向

NISS では、名前の通り、順方向と逆方向を切り替えます。

ある手順をそのまま回すのが順方向です。ある手順 X とキューブ状態 S を考え、状態 S から手順 X を回した状態を T とします。T に適用したときにキューブの状態を S に戻すような手順が、X の「逆方向の手順」あるいは「逆向き手順」、「逆手順」です。具体的には、手順内の手の並びを逆にし、時計回り（記号無し）を反時計回り（'）に、反時計回り（'）を時計回り（記号無し）に変えたものです。180 度回転（2）はそのままです。例えば、手順 R U2 R2 F' E x の逆方向の手順は x' E' F R2 U2 R' です。実際に完成状態からこの手順と、続けて逆方向の手順を回してみると、キューブが元に戻ることが確認できます。

9.2 概要

あるスクランブルで良い解法が見つからないとき、スクランブルの逆手順について解くという技が知られています。もし逆方向のスクランブルに対して良い解法が見つかったな

付録 A

統計

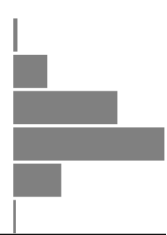
A.1 各ステップの最少手数

プログラム^{*1}を書いて、各ステップごとに、最少手数の分布がどのようになるのかを調べました。自分の見つけている手数と比較することで、最少手数にどのくらい近いのかが何となく分かるのではないかと思います。また、ある手数の解を見つけたときに、次のステップに進むのか、同じステップで他の解を探すのかの判断にも使えると思います。

A.1.1 EO

▲表 A.1 EO の最少手数の分布

手数	状態数		累計	
0	1	0.05%	1	0.05%
1	2	0.10%	3	0.15%
2	25	1.22%	28	1.37%
3	202	9.86%	230	11.23%
4	620	30.27%	850	41.50%
5	900	43.95%	1,750	85.45%
6	285	13.92%	2,035	99.37%
7	13	0.63%	2,048	100.00%



ありうるエッジの向きを全て生成し、それぞれの最少手数を求めています。3 個の軸のいずれかで EO が完了する手数ではなく、特定の軸の EO が完了する手数です。また、

^{*1} https://github.com/kusano/fmc_analysis

A.1.5 Leave slice

▲表 A.5 Leave Slice の最少手順の分布

手順	状態数		累計		
0	1	0.52%	1	0.52%	
1	4	2.08%	5	2.60%	
2	10	5.21%	15	7.81%	
3	24	12.50%	39	20.31%	
4	53	27.60%	92	47.92%	
5	64	33.33%	156	81.25%	
6	31	16.15%	187	97.40%	
7	4	2.08%	191	99.48%	
8	1	0.52%	192	100.00%	

HTR が完了した状態から直接ではなく、FR が完了した状態から live slice までの最少手順の分布です。

スライスインサートの手数は、leave slice までの手順に依存するので、求められていません。

A.2 HTR の QT の分布

プログラム^{*2}を書いて、HTR の各状態がどのような確率で出現するのかを調べました。ここから QT の分布も求めました。各 QT の状態がどの程度の確率で出現するのかは、今見つかっている最も QT の小さな状態から HTR に進むべきなのか、他の DR が完了した状態を探すべきなのかの判断に役立つのではないかと思います。

^{*2} https://github.com/kusano/fmc_hyper_parity